Министерство науки и высшего образования

Российской Федерации

Федеральное Государственное

Автономное Образовательное Учреждение

Высшего Образования

Национальный ядерный университет «МИФИ»

Кафедра: «Финансовый мониторинг»

Методы оптимизации

Студент Монастырский М. О.

Группа С21-703

Москва 2023г.

**Оглавление**

[Графический метод. 3](#_Toc148182417)

[Симплекс-метод 8](#_Toc148182418)

[Метод искусственного базиса 11](#_Toc148182419)

# Графический метод.

При ограничениях:1. Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (рис 1 и 2)

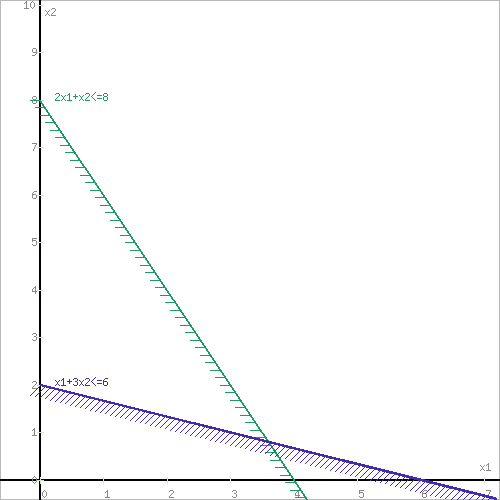


Рис 1. Ограничения, построенные по двум точкам

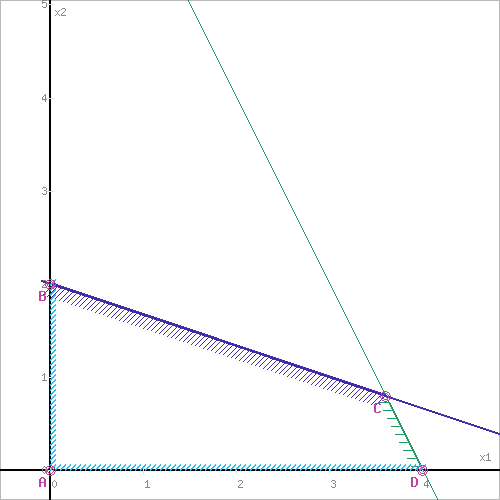


Рис 2. Границы ОДР

2. Рассмотрим целевую функцию F(x1,x2), найдем и построим ее градиент

Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации F(X). Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (3;2). Построим прямую, нормальную к полученной и будем двигать ее вдоль вектора градиента. Так, точкой максимума будет считаться точка, в которой прямая покидает пределы области на рис 3б очевидно, что это точка C, а точкой минимума считается та точка, в которой прямая первый раз входит в пределы области, таким образом, из рисунка 3а очевидно, что такой точкой является точка начала координат (0,0)



Рис 3а. «Минимум функции»



Рис 3б «Максимум функции»

Для нахождения координат точки С обратим внимание, что она образована точкой пересечения ограничений 1 и 2, решим систему вида:

→ → →

Методом подстановки в любое из равенств получаем, что x1=3,6, следовательно координаты максимума функции F(x1,x2) = (3,6;0.8)

Путем подстановки полученных координат можем найти значение целевой функции в точках max и min (Табл. 1)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Название | X1 | X2 | F(x1,,x2) |
| Fmin | 0 | 0 | 0 |
| Fmax | 3,6 | 0,8 | 12,4 |

Табл. 1 «Результаты»

# Симплекс-метод

При ограничениях:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 3 | 2 | 0 | 0 |
| Базис | C | B | X1 | X2 | X3 | X4 |
| X3 | 0 | 8 | ***2*** | 1 | 1 | 0 |
| X4 | 0 | 6 | 1 | 3 | 0 | 1 |
| Δ | F=0 |  | 3 | 2 | 0 | 0 |

Min{}→ 4

Перестроим симплекс таблицу в новый базис

И пересчитаем коэффициенты по правилу прямоугольника

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 3 | 2 | 0 | 0 |
| Базис | C | B | X1 | X2 | X3 | X4 |
| X1 | 3 | 4 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0 |
| X4 | 0 | 2 | 0 | 2.5 | -0.5 | 1 |
| Δ | F=12 |  | 3 | 2 | 0 | 0 |

Пересчитаем дельты:

Д1=0 заведомо т к базис

Д4=0 заведомо т к базис

Д2=2-(0.5\*3+0\*2,5) = 2-1.5=0.5

Д3=0-(0.5\*3+0\*(-0.5)) = 0-1.5=-1.5

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 3 | 2 | 0 | 0 |
| Базис | C | B | X1 | X2 | X3 | X4 |
| X1 | 3 | 4 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0 |
| X4 | 0 | 2 | 0 | ***2.5*** | -0.5 | 1 |
| Δ | F=12 |  | 0 | 0.5 | -1.5 | 0 |

Min{}

Перестроим симплекс таблицу в новый базис

И пересчитаем коэффициенты по правилу прямоугольника

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 3 | 2 | 0 | 0 |
| Базис | C | B | X1 | X2 | X3 | X4 |
| X1 | 3 | 3.6 | 1 | 0 | 0.6 | -0.2 |
| X2 | 2 | 0.8 | 0 | 1 | -0.2 | 0.4 |
| Δ | F=12.4 |  | 0 | 0.5 | -1.5 | 0 |

Пересчитываем дельты:

Д3: 0-(3\*0.6+2\*(-0.2)) = 0-(1.8-0.4) = -1.4

Д4: 0-(3\*(-0.2)+2\*0.4) = 0-(-0.6+0.8) = 0-0.2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 3 | 2 | 0 | 0 |
| Базис | C | B | X1 | X2 | X3 | X4 |
| X1 | 3 | 3.6 | 1 | 0 | 0.6 | -0.2 |
| X2 | 2 | 0.8 | 0 | 1 | -0.2 | 0.4 |
| Δ | F=12.4 |  | 0 | 0 | -1.4 | -0.2 |

План оптимален  
**X1 = 3.6; X2 =0.8**

**ОПТ решение: (3.6,0.8,0,0)**

**Fmax = 3\*3.6+2\*0.8=12.4**

# Метод искусственного базиса

Б) F = x1 + 3x2 → max

Приводим к каноническому виду:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A1 | A2 | A3 | A4 |
| (3,2) | (4,-1) | (-1,0) | (0,1) |

Базис: А4, Аy1

Поставим задачу G  
G=-y1 →max

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| Базис | C | B | A1 | A2 | A3 | A4 | Ay1 |
| Ay1 | -1 | 12 | 3 | **4** | -1 | 0 | 1 |
| A4 | 0 | 6 | 2 | -1 | 0 | 1 | 0 |
| Δ | F=-12 |  | 3 | 4 | -1 | 0 | 0 |

Д1:0-(-3)=3

Д2:0-(-4)=4

Д3:0-(1)=-1

Д4:0-0=0

Д5:-1-(-1)=0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |
| Базис | C | B | A1 | A2 | A3 | A4 | Ay1 |
| A2 | 0 | 3 | 3/4 | 1 | -1/4 | 0 | 1/4 |
| A4 | 0 | 9 | 11/4 | 0 | -1/4 | 1 | 1/4 |
| Δ | F=0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 |

ОПТ план: (0,3,0,9,0)

Данный план является оптимальным, базис А2, А4 явл базисом исходной задачи

Решаем:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 3 | 2 | 0 | 0 |
| Базис | C | B | A1 | A2 | A3 | A4 |
| A2 | 2 | 3 | 3/4 | 1 | -1/4 | 0 |
| A4 | 0 | 9 | 11/4 | 0 | -1/4 | 1 |
|  | F=6 |  | 1.5 | 0 | 0.5 | 0 |

Д1: 3-(2\*3/4)=3-1.5=1.5

Д2: 2-(2) = 0

Д3:0-(-0.5) = 0.5

Д4 = 0-(0)=0

**Критерий отсутствия решения для вектора А3 выполнен  
функция не ограничена сверху в ОДР**

В) F = x1 + 2x2 → max

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A1 | A2 | A3 | A4 |
| (1,-2) | (-6,2) | (-1,0) | (0,-1) |

G =-y1 -y2 →max

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 |
| Базис | C | B | А1 | А2 | А3 | А4 | Аy1 | Аy2 |
| Аy1 | -1 | 6 | 1 | -6 | -1 | 0 | 1 | 0 |
| Аy2 | -1 | 2 | -2 | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 |
|  | F=-8 |  | -1 | -5 | -1 | -1 | 0 | 0 |

Д1:0-(-1+2)=-1

Д2: 0-(6-1)=-5

Д3:0-(1)=-1

Д4: 0-(1)=-1

Д5:-1-(-1) =0

Д6:-1-(-1) =0

**ОПТ решение, но F<0 => ОДР пуста**